**ММ268** (9 баллов)

**Назовем натуральное число m допустимым, если существует такое n, что из чисел 1, 2,…, n можно составить сумму произведений, в которой каждое число встречается ровно один раз, равную m. Сколько существует недопустимых чисел?**

**Примечание: в суммах произведений допускаются одиночные слагаемые. Например, число 148 допустимо, поскольку 148 = 1·3 + 2·5·8 + 4 + 6·9 + 7.**

Ответ: 3 числа – 4, 8 и 13.

Решение: Числа 1=1, 2=1\*2, 3=1+2 допустимы.

Для n > 2 можно составить все суммы произведений от величины, на один меньшей, чем сумма чисел от 1 до n, до величины, на 3 меньшей, чем сумма чисел от 1 до n+1 включительно:

1\*2+3+…+n = (1+2+…+n) -1

1+2+3+…+n = (1+2+…+n)

1+2\*3+…+n = (1+2+…+n) +1

1+2\*4+3+5+…+n = (1+2+…+n) +2

1+2\*5+3+4+6+…+n = (1+2+…+n) +3

…

1+2\*n+3+4+…+(n-1) = (1+2+…+n+(n+1)) -3

Таким образом, допустимыми заведомо являются все числа, кроме чисел, на 2 меньших, чем сумма какого-то количества натуральных чисел.

Для n > 7 можно составить сумму произведений, на 2 меньшую, чем сумма чисел от 1 до n+1 включительно: 1\*2\*(n-3)+3\*4+5+6+…+(n-4)+(n-2)+(n-1)+n = (1+2+…+n+(n+1)) -2

Таким образом, допустимыми заведомо являются все числа, кроме 4, 8, 13, 19, 26, 34. Но 19 = 1\*2+3\*4+5, 26 = 1+2+3\*4+5+6, 34 = 1\*2\*3\*5+4, и только числа 4, 8 и 13 не представляются как сумма произведений каких-то первых натуральных чисел, что проверяется простым перебором.