Рассмотрим, при каких условиях существуют одновременно ребра (a, b), (b, c).

Пусть $a > b > c$. Условие инцидентности вершин a, b и b, c имеет вид:

$$\begin{cases} a + b = x_1^{2y_1} \\ a - b = x_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} b + c = x_2^{2y_2} \\ b - c = x_2 \end{cases},$$

где $x_1, y_1, x_2, y_2 \in N$. Откуда

$$2b = x_1^{2y_1} - x_1 = x_2^{2y_2} + x_2,$$

$$x_1^{2y_1} - x_2^{2y_2} = (x_1^{y_1} - x_2^{y_2})(x_1^{y_1} + x_2^{y_2}) = x_1 + x_2.$$

Равенство возможно только при $y_1 = y_2 = 1$, $x_1 - x_2 = 1$.

Если $a > b$, $c > b$, то условие существования ребер (a, b), (b, c)

$$\begin{cases} a + b = x_1^{2y_1} \\ a - b = x_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} c + b = x_2^{2y_2} \\ c - b = x_2 \end{cases}.$$

$$2b = x_1^{2y_1} - x_1 = x_2^{2y_2} - x_2,$$

$$|x_1^{2y_1} - x_2^{2y_2}| = |x_1^{y_1} - x_2^{y_2}|(x_1^{y_1} + x_2^{y_2}) = |x_1 - x_2|.$$

Так как $x_1^{y_1} + x_2^{y_2} \geq x_1 + x_2 > |x_1 - x_2|$, то равенство невозможно.

Если $a < b$, $c < b$, то условие существования ребер (a, b), (b, c)

$$\begin{cases} b + a = x_1^{2y_1} \\ b - a = x_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} b + c = x_2^{2y_2} \\ b - c = x_2 \end{cases}.$$

$$2b = x_1^{2y_1} + x_1 = x_2^{2y_2} + x_2,$$

$$|x_1^{2y_1} - x_2^{2y_2}| = |x_1^{y_1} - x_2^{y_2}|(x_1^{y_1} + x_2^{y_2}) = |x_1 - x_2|.$$

Аналогично предыдущему случаю, так как $x_1^{y_1} + x_2^{y_2} \geq x_1 + x_2 > |x_1 - x_2|$, то равенство невозможно.

Таким образом, компоненты связности графа составляют изолированные вершины, простые цепи длины 1 и одна простая цепь (являющаяся компонентой с наибольшим диаметром), состоящая из ребер (a_i, b_i), где

$$a_i = \frac{(i+1)^2 + (i+1)}{2},\ b_i = \frac{(i+1)^2 - (i+1)}{2},$$

$i = 1, \ldots.$

Длина наибольшей простой цепи (и соответственно диаметр наибольшей компоненты связности) находится из условия

$$\frac{(i+1)^2 + (i+1)}{2} \leq 1000000000000.$$

Откуда получаем, что диаметр равен

$$\left[\frac{-1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 1000000000000}}{2} - 1\right] = 1414212.$$

Причем в нее войдет 1414213 вершин.

Найдем количество простых цепей длины 1. Они образованы инцидентными вершинами a и b $(a > b)$, удовлетворяющими условию:

$$\begin{cases} a + b = p^{2q} \\ a - b = p \end{cases},$$

где $q > 1$. Т.е.

$$a = \frac{p^{2q} + p}{2},\ b = \frac{p^{2q} - p}{2}.$$

Так как $a \leq 1000000000000$, то для каждого p

$$q \leq \left[\frac{\log_p(2 \cdot 1000000000000 - p)}{2}\right].$$

Тогда общее количество "изолированных"ребер равно

$$\sum_{p=2}^{\infty} \left(\left[\frac{\log_p(2 \cdot 1000000000000 - p)}{2}\right] - 1\right) \Theta\left(\left[\frac{\log_p(2 \cdot 1000000000000 - p)}{2}\right] - 1\right) =$$

$$= 1384.$$

Здесь Θ - функция Хэвисайда (чтобы не возиться с верхним пределом суммирования). Во все эти компоненты войдет 2768 вершин.

Количество изолированных вершин равно $1000000000000 - 1414213 - 2768 = 999998583019$.

Итого: количество компонент связноссти равно $999998583019 + 1384 + 1 = 999998584404$. Диаметр наибольшей компоненты равен 1414212.