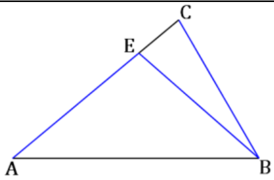
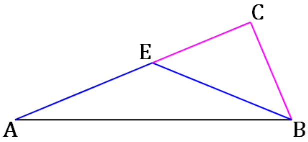
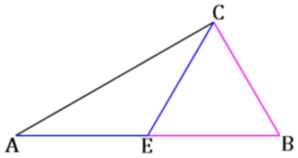
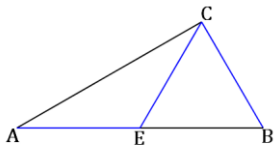
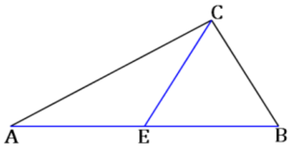
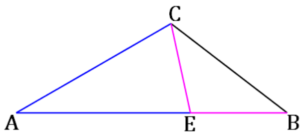
MM246

Решим задачу без учета условия разносторонности исходного треугольника.
Пусть $\alpha \le \beta \le \gamma$.
Легко проверить, что из вершины A нельзя провести подходящий разрез.
Занесем возможные подходящие вершины из других вершин в таблицу, указав для каждого случая требуемое соотношение между углами и допустимый диапазон для α.
(Синие отрезки равны между собой, сиреневые – между собой.)

1	$\gamma = 2\alpha$	$\frac{\pi}{5} \le \alpha < \frac{\pi}{4}$	
2	$\beta = 3\alpha$	$0 < \alpha \le \frac{\pi}{7}$	
3	$\gamma = 3\alpha$	$\frac{\pi}{7} \le \alpha < \frac{\pi}{5}$	
4	$\beta = 2\alpha$	$0 < \alpha \le \frac{\pi}{5}$	
5	$\gamma = \frac{\pi}{2}$	$0 < \alpha \le \frac{\pi}{4}$	
6	$\gamma = 3\beta$	$0 < \alpha \le \frac{\pi}{5}$	

Остается проверить совместимость случаев.
Пары (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 4) и (5, 6) несовместны.
Тройка (3, 4, 5) дает 3 псевдосовместные пары. На самом деле, всякий раз получается один и тот же треугольник с углами 30°, 60°, 90°, в котором один и тот же отрезок CE разбивает ABC на равнобедренный треугольник ACE и равносторонний треугольник BCE, который подпадает сразу под три рассматриваемых случая.
Пара (1, 4) дает равнобедренный треугольник с углами $\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}$
Пара (2, 3) дает равнобедренный треугольник с углами $\frac{\pi}{7}, \frac{3\pi}{7}, \frac{3\pi}{7}$
Пара (3, 6) дает равнобедренный треугольник с углами $\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}$
Пара (2, 5) дает требуемый треугольник с углами $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}$
Пара (2, 6) дает требуемый треугольник с углами $\frac{\pi}{13}, \frac{3\pi}{13}, \frac{9\pi}{13}$
Пара (4, 6) дает требуемый треугольник с углами $\frac{\pi}{9}, \frac{2\pi}{9}, \frac{2\pi}{3}$