

## ММ267

Производящая функция для числа разбиений, в которых ни одно слагаемое не повторяется более двух раз:

$$f(t) = \prod_{k=1}^{\infty} (1 + t^k + t^{2k})$$

Производящая функция для числа разбиений, в которых все слагаемые не кратны 3:

$$g(t) = \prod_{\substack{k \geq 1 \\ 3 \nmid k}} (1 + t^k + t^{2k} + t^{3k} + \dots) = \prod_{\substack{k \geq 1 \\ 3 \nmid k}} \frac{1}{1 - t^k}$$

Нетрудно видеть, что

$$f(t) = \prod_{k=1}^{\infty} (1 + t^k + t^{2k}) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1 - t^{3k}}{1 - t^k} = \frac{\prod_{k=1}^{\infty} (1 - t^{3k})}{\prod_{k=1}^{\infty} (1 - t^k)} = g(t),$$

т.е. количество разбиений обоих типов совпадает.

т.е. количество разбиений обоих типов совпадает.

**Оценка: 3**

Сама по себе задача бы заслуживала и «5», но снижу за вторичность: достаточно прямолинейная модификация известного факта про разбиения с различными/нечетными слагаемыми.