

Уравнение

$$a^2 + b^2 - nab = n$$

в результате замены  $a = na_1 - b_1$ ,  $b = a_1$  переходит в уравнение такого же вида. Таким образом, если пара  $a, b$  - его решение, то и пара  $na - b, a$  также является его решением. Т.е. для любой начальной пары  $a_0, b_0$  получаем серию решений:

$$a_{n+1} = na_n - b_n, \quad b_{n+1} = a_n.$$

Если  $n$ -точный квадрат, то можно взять  $a_0 = 0$ ,  $b_0 = \sqrt{n}$ . В частности, при  $n = 1369 = 37^2$  возьмем  $a_0 = 0$  и  $b_0 = 37$  и получим бесконечный набор решений, удовлетворяющих исходному уравнению, что дает решение первого и второго пунктов задачи.

Если  $n = 2013$ , то перебором проверяем и убеждаемся, что уравнение неразрешимо по *mod* 5.