MM234

Функция $g(n)$ натурального аргумента n задается так:

Пусть n - натуральное число. Определим $f(n)$ как число, полученное удалением последней цифры из десятичной записи n , увеличенное на квадрат этой цифры.

Например: $f(576) = 57 + 36 = 92$. Тогда $g(n) = |\left\{n, f(n), f(f(n)), f\left(f(f(n))\right), \dots\right\}|$.

Пусть a и b – 2018-значные числа. Может ли оказаться, что $g(a) = g(b) + 26$?

Решение:

Может. Например, для $a = 9994 * 10^{2014}$, $b = 89 * 10^{2016}$. В этом случае числа $a, f(a), f(f(a)), f\left(f(f(a))\right), \dots$ вплоть до первого четырехзначного числа будут иметь вид $9994 * 10^{2014}, 9994 * 10^{2013}, \dots, 9994 * 10^{0}$. Эти числа будут различные (отличаются многозначностью) и их число равно 2015, далее пойдут 28 различных чисел: 1015, 126, 48, 68, 70, 7, 49, 5, 33, 12, 5, 25, 27, 51, 6, 36, 39, 4, 24, 1, 65, 31, 4, 16, 37, 52, 9, 81. Затем числа будут повторяться 9, 81, 9, 81 и т.д. Таким образом, $g(a)$ =2043. Числа $b, f(b), f(f(b)), f\left(f(f(b))\right), \dots$ вплоть до первого двузначного числа будут иметь вид $89 * 10^{2016}, 89 * 10^{2015}, \dots, 89 * 10^{0}$. Эти числа будут различные (отличаются многозначностью) и их число равно 2017, далее пойдут повторяющиеся числа 89. Таким образом, $g(b)$ =2017 и $g(a) = g(b) + 26$.

Ответ: может.

Можно пояснить, каким образом были найдены числа a и b. А также доказать, что 26 – это предельное максимальное значение разности $g(a) - g(b)$.

Оценка задачи MM234 – 5 .