ММ-25,№241

Решение. Обозначим: первое множество А ,произведение всех его элементов П; второе множество В, сумма всех его элементов S. Естественно, п > 3. Нетрудно заметить, что п =/4.

 1.При нечётном п вида п=2к+3 А={1;к+1;2к+2},где к –натуральное; В- все остальные числа.

П=1\*(к+1)\*2\*(к+1)=2(к+1)^2,

S=(2к+3)(2к+3+1)/2-(1+к+1+2к+2)=(2к+3)(к+2)-(3к+4)=2(к=1)^2 ,то есть П=S любого нечетного п >=5.

2.При чётном п вида п=2к+4 А={1;к+1;2к+4}, где к - натуральное ; В-все остальные числа.

П=1\*(к+1)(2к+4)=2(к+1)(к+2),

S=(2к+4)(2к+4+1)/2-(1+к+1+2к+4)=(к+2)(2к+5)-(3к+6)=2(к+1)(к+2),то есть П=S для любого чётного п>=6.

Вывод. Для любого натурального п > 4 существует разбиение на два подмножества, произведение чисел первого равно сумме чисел второго.

Ответ. п > 4.

Примечания:

1.Для некоторых п > 4 разбиение на два подмножества не единственное.

Например, при п=14 А={1;6;14} или А={1;4;20}.

 При п=12 А={1;5;12} или А={2;4;8}.

При п=10 три варианта разбиения: А={1;4;10} ; А={1;2;3;7} ; А={6;7} (не только с тремя ,но и с четырьмя и двумя числами)

2.Для разбиения с двумя числами а и в множестве А подходят $ п\_{к}$ вида $ п\_{к}$=(к+2)^2+1, $а\_{к}$=к(к+3)+3,$ в\_{к}$=(к-1)(к+6)/2+6 , где к-натуральное.