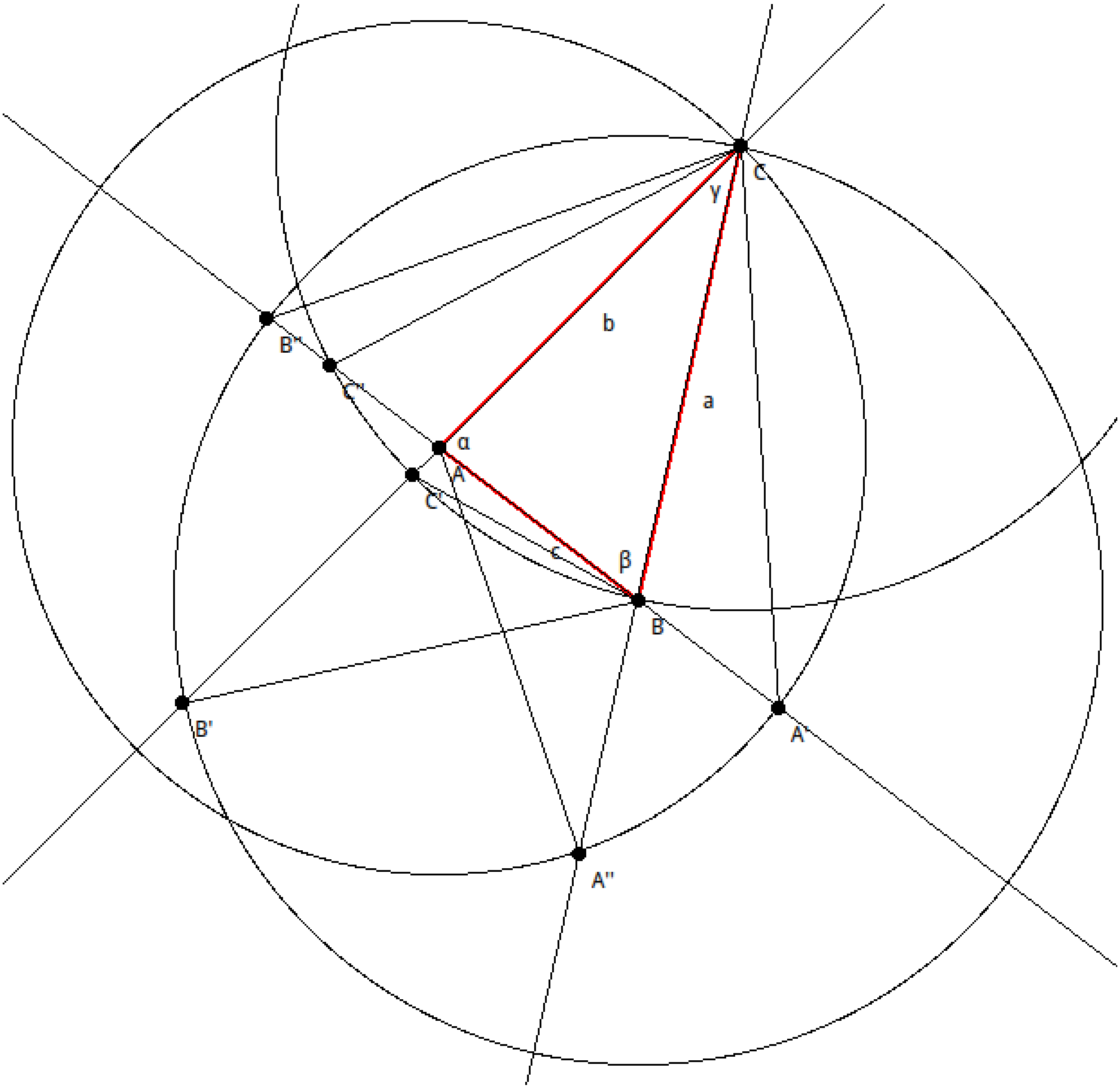
Пусть в исходном треугольнике ABC стороны $a \geq b \geq c$, углы $\alpha \geq \beta \geq \gamma$. Очевидно, что для равностороннего треугольника $k = 0$. В дальнейшем будут интересны случаи, когда один из углов исходного треугольника равен 60°. Заметим, что при заданных условиях, этим углом может быть только угол β. Далее рассмотрим два варианта построений, позволяющих достроить исходный треугольник до равнобедренного.

1. Из каждой вершины треугольника проводим окружность радиусом равным большей стороне смежной к данной вершине и находим точки пересечения с продолжениями других сторон.



В итоге построений получаем шесть равнобедренных треугольников, различных по двум боковым сторонам и углу между ними:

ACA': b, α

ACA'': $b, 180^\circ - 2\gamma$

$BB'C$: $a, 180^\circ - 2\gamma$

$BB''C$: a, β

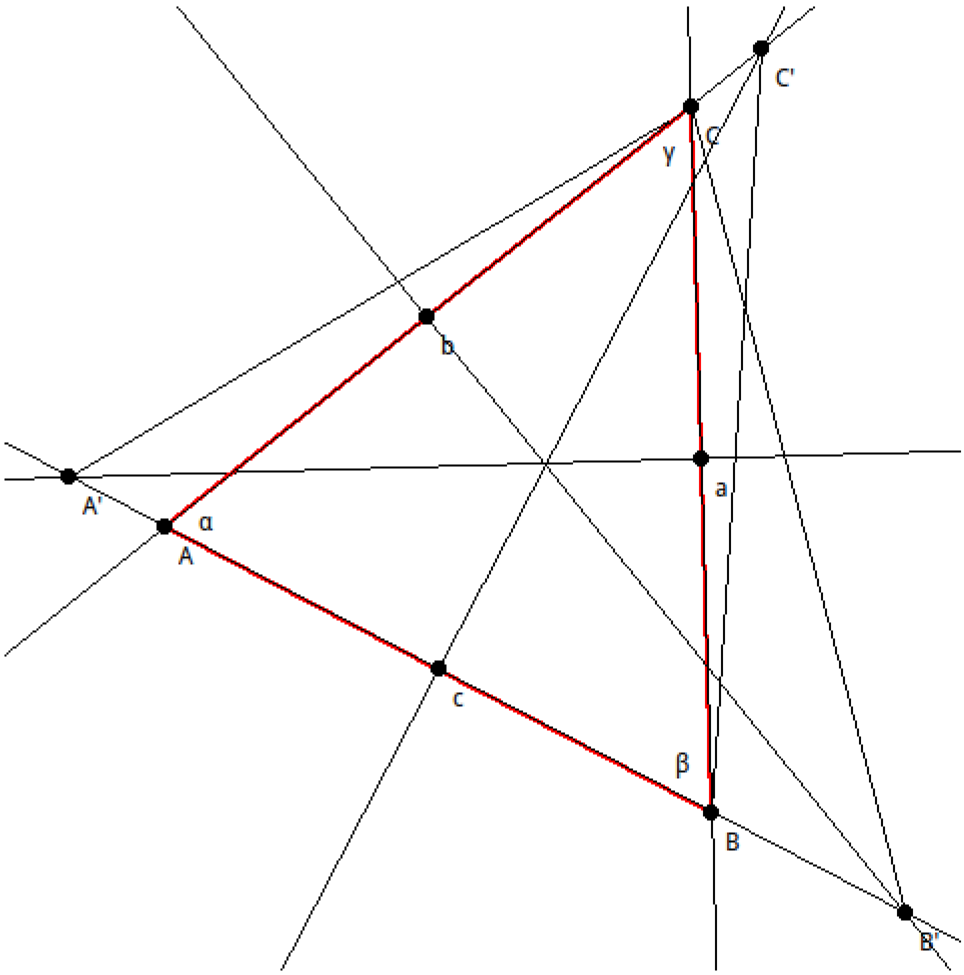
CBC': a, γ

CBC'': $a, 180^\circ - 2\beta$

Следовательно, для данного случая $k_1 = 6$. Частные случаи для этого варианта построения:

- Угол $\beta = 60^\circ$. Тогда треугольники $BB''C$ и CBC'' равны и являются равносторонними со стороной a, т.е. в этом случае $k_1 = 5$.
- Исходный треугольник равнобедренный, например, $a = b, \alpha = \beta, \gamma = 180^\circ - 2\beta$. В этом случае имеем пары одинаковых треугольников ACA' и $BB''C$, ACA'' и $BB'C$, а треугольники CBC' и CBC'' совпадают с исходным, т.е. в этом случае $k_1 = 2$.

2. К каждой стороне треугольника проводим серединный перпендикуляр, находим точку пересечения с продолжением стороны с большим прилежащим углом.



В итоге построений имеем три равнобедренных треугольника, различных по двум боковым сторонам и углу между ними:

ACB': $\dfrac{b}{2\cos\alpha}; 180^\circ - 2\alpha$

BAC': $\dfrac{c}{2\cos\alpha}; 180^\circ - 2\alpha$

CBA': $\dfrac{a}{2\cos\beta}; 180^\circ - 2\beta$

Следовательно, для данного случая $k_2 = 3$. Частные случаи для этого варианта построения:

- Исходный треугольник прямоугольный или тупоугольный, например, $\alpha \geq 90^\circ$. Очевидно, что в этом случае возможно построение только треугольника CBA' и

$k_2 = 1$. Если же исходный треугольник ко всему ещё и равнобедренный ($b = c, \beta = \gamma$), треугольник CBA' совпадает с исходным, т.е. в этом случае $k_2 = 0$.

- Угол $\beta = 60^\circ$. В этом случае треугольник CBA' равносторонний со стороной a и равен треугольникам $BB''C$ и CBC'' из построения 1 (см. частный случай для $\beta = 60^\circ$), это нужно учесть при вычислении k.
- Исходный треугольник равнобедренный, например, $a = b, \alpha = \beta$. В этом случае треугольники ACB' и CBA' равны, треугольник BAC' совпадает с исходным, т.е. в этом случае $k_2 = 1$.

Итоговая таблица.

Исходный треугольник	k_1	k_2	$k = k_1 + k_2$
Равносторонний	0	0	0
Остроугольный	6	3	9
-“-, $\beta = 60^\circ$	5	3	7^*
-“-, равнобедренный	2	1	3
Прямоугольный или тупоугольный	6	1	7
-“-, $\beta = 60^\circ$	5	1	5^*
-“-, равнобедренный	2	0	2

* — есть равные треугольники, см. выше.

Ответ: $k \in \{0,2,3,5,7,9\}$.