**ММ214** (4 балла)
Решения принимаются до 01.10.2016

1. Все грани многогранника - n-угольники. При каких n это возможно?
2. При каком наименьшем числе граней существует многогранник, все грани которого пятиугольны?

Ответ: 1. При n = 3, 4, 5. 2. При 12 гранях.

Решение: 1. Указанные значения n достигаются, например, для тетраэдра, куба и икосаэдра. Покажем, что других значений быть не может. Валентности граней не могут быть меньше 3, поэтому n не меньше 3. Но и валентности вершин не могут быть меньше 3, поэтому и сумма валентностей вершин не меньше 3В, то есть 3В =< 2P. Отсюда и из равенства Эйлера В+Г-Р=2 следует, что Г >= P/3+2. Если все грани n-угольники, то сумма валентностей граней n\*Г=2Р, то есть Г >= n\*Г/6+2, а это неравенство, очевидно, не выполняется при n >= 6.

2. При n = 5 из этого же неравенства следует Г >=12. Двенадцатигранник с пятиугольными гранями существует, это икосаэдр.