***Задача 235 (5 баллов)***

***Ответ***: Да, существует.

Найдены векторы граней для многогранников, удовлетворяющих условию. Приведены примеры таких многогранников для каждого вектора граней.

***Решение***: Пусть в выпуклом многограннике вершин, рёбер, граней, – вектор граней, где – количество -уголных граней. Тогда

количество рёбер равно

,

а из теоремы Эйлера для многранников следует

В выпуклом угольнике всего диагоналей. Поэтому суммарное количество диагоналей всех граней равно

.

Их условия равенства получаем

. (1)

Количество диагоналей выпуклого многранника можно определить, как , а из условия следует . Поэтому

(2)

При фиксированном значении максимально возможное количество рёбер у многранника с треугольными гранями. В таком многраннике , а . Так что для произвольного выпуклого многранника справедлива оценка

*,*

а с учётом (2) получаем , откуда следует .

Далее, из условия (1) следует, что . Так что

*,*

Откуда .

Анализируя неравенство , приходим к оценкам

(3)

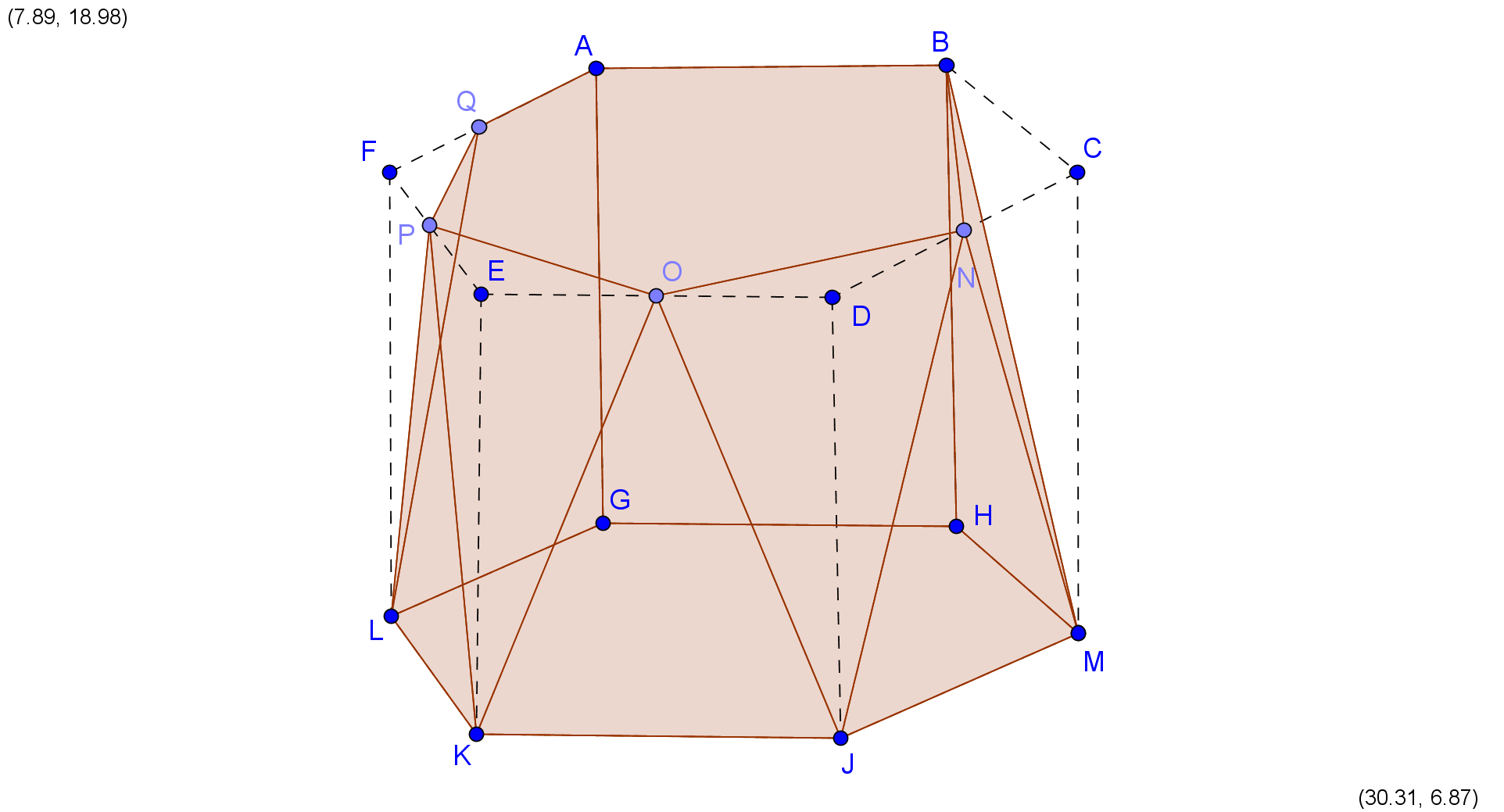
хоть и грубым, но достаточно ограниченным для перебора на компьютере.

Перебираем неотрицательные значения , в пределах, указанных в (3), и удовлетворяющих условиям (1) и условию (2), записанному в виде

.

Находим такие векторы граней. В обоих случаях . Перейдём к построению выпуклых многранников с соответствующими векторами граней.

Пусть в правильной шестиуголной призме точки середины рёбер . Отсекаем от данной призмы треугольные пирамиды . Остаётся двеннадцатигранник c вектором граней *,* для которого .



Пусть в кубе точки середины рёбер , точки делят ребро на равные отрезки, а точки делят ребро на равные отрезки. Отсекаем от данного куба пирамиды . Остаётся двеннадцатигранник IRQLKOPNFJMC c вектором граней *,* для которого .

