***Задача 247 (5 баллов)***

***Ответ***: .

И в общем случае при простом

А при

***Решение***:

Ясно, что

(1)

И поскольку при ,

то

,

и

(2)

Аналогично

(3)

и

.

и

(4)

Таким образом, учитывая (1) - (4), получаем

=

, (5)

а с учётом очевидных оценок

,

получаем

(6)

1. В случае, если - простое число, при . Действительно, если , то , и тогда , а следовательно, и , то есть – противоречие.

Тогда из (5) получаем .

Далее, при фиксированном значении последовательность монотонно возрастает. Поэтому при с учётом (6), получаем

.

Таким образом, минимальное знаечние содержится среди первых значений

(7)

С другой стороны,

и, понятно, , поэтому из (5) следует

При фиксированном значении последовательность монотонно убывает, поэтому при получаем

.

Так что

А в нашем случае .

Приведем несколько первых значений

|  |  |
| --- | --- |
| n |  |
| 1 | 1 |
| 2 | 1/7 |
| 3 | 1/2 |
| 4 | 1/3 |
| 5 | 1 |
| 6 | 1/11 |
| 7 | 7 |
| 8 | 2/13 |
| 9 | 3/7 |
| 10 | 1 |
| 11 | 11/4 |
| 12 | 1/17 |

1. Предположим теперь, составное число вида

Тогда

Пусть , тогда

Действительно, пусть , тогда если - противоречие. А если – противоречие.

Из (5) получаем

1. пусть ,

и .

Тогда ,

И

1. пусть ,

и .

Тогда ,

и .

Таким образом,

А в нашем случае