ММ221

**Ответ:** Уравнение имеет бесконечно много решений в натуральных числах.

**Решение:** Непосредственной подстановкой убеждаемся, что тройка является решением уравнения

(1)

Равенство (1) при умножим на . Получим

.

Это показывает, что тройка при каждом является решением уравнения. Таким образом, решений уравнения (1) в натуральных чисел существует бесконечно много.

**Обобщение**

***Теорема*** Пусть заданы натуральные числа Уравнение

(2)

в натуральных числах либо имеет бесконечно много решений либо не имеет вообще.

***Доказательство*** Пусть решением уравнения (2) является набор (. Тогда если и при этом , то имеем бесконечно много решений в виде наборов (.

Рассмотрим такое уравнение:

(3)

Слева – чётное число, а справа – нечётное. Так что уравнение (3) в натуральных числах решений не имеет. Пример вместе с исходным уравнением показывает, что оба случая, указанные в теореме, реализуются.

Заметим, что уравнение (2) также как и уравнение (1), является частным случаем однородного уравнения вида

,

где функции , удовлетворяют условию обобщённой однородности

Понятно, что при аналогичных ограничениях на показатели в условии однородности справедлив тот же результат.