1 MM183

Используя неравенства $a < b < c < d < e$ мы получаем частичный порядок на их суммах: $a+b < a+c < a+d < a+e$, $a+c < b+c$, $a+d < b+d$, $a+e < b+e$, $b+c < b+d < b+e$, $b+d < c+d$, $b+e < c+e$, $c+e < d+e$. Из этих отношений однозначно следует порядок сумм $a+b$, $a+c$, $c+e$, $d+e$. Используя симметрию $a' = -e$,$b' = -d$, $c' = -c$, $d' = -b$, $e' = -a$ мы можем свести задачу к рассмотрению половины вариантов, у которых $a+e > b+d$. В результате положение $b+d$ определяется однозначно и остаются две возможности для порядка $a+d$ и $b+c$ и 3 возможности для порядка $a+e$, $b+e$ и $c+d$. Покажем, что все 6 возможностей реализуются. Перейдем к переменным $x = b-a$, $y = c-b$, $z = d-c$, $w = e-d$. Тогда $a+d = 2a+x+y+z$, $b+c = 2a+2x+y$, $a+e = 2a+x+y+z+w$, $b+e = 2a+2x+y+z+w$, $c+d = 2a+2x+2y+z$. Неравенство $a+e > b+d$ равносильно $e-d > b-a$ или $w > x$. Порядок между $a+d$ и $b+c$ определяется тем, какое из чисел x и z больше. Поскольку z не входит в неравенство $w > x$ и неравенства между $a+e$, $b+e$ и $c+d$, поскольку коэффициент при z у них совпадает, то величину z всегда можно сделать больше и меньше x. Поэтому остается показать, что все 3 порядка между $a+e$, $b+e$ и $c+d$ реализуются при условии $w > x$.

- $c+d > b+e > a+e$ равносильно $y > w$. Выбираем $x = 1$, $w = 2$, $y = 3$.
- $b+e > c+d > a+e$ равносильно $w > y$ и $x+y > w$. Выбираем $x = 2$, $y = 2$, $w = 3$.
- $b+e > a+e > c+d$ равносильно $w > x+y$. Выбираем $x = 1$, $y = 1$, $w = 3$.

Таким образом общее количество вариантов равно $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$.