

=====MM204=====

MM204 (5 баллов)

Решения принимаются до 2.10.2015

Найти натуральное число, которое в трех различных системах счисления записывается 102, 201 и 20001 соответственно.

Пусть основания систем счисления – x , y и z соответственно.

Тогда $A = x^2 + 2 = 2y^2 + 1 = 2z^4 + 1$.

Получившееся диофантово уравнение $x^2 - 2z^4 = -1$ хорошо изучено. Ещё в середине XX века Люнггреном и Морделлом было доказано, что оно имеет ровно два решения: (1, 1) и (239, 13). Первое решение не подходит по смыслу задачи, а из второго следует единственный ответ:

$$239^2 + 2 = 2 \cdot 169^2 + 1 = 2 \cdot 13^4 + 1 = 57123.$$

Ответ. Число 57123, основания систем счисления: 239, 169 и 13 соответственно.