Шамсутдинов Константин

# MM255

Ответ: 480.

Заметим, что без изменения ответа в задачи мы можем переформулировать условие задачи, требуя, чтобы каждый множитель был натуральным числом большим 1. Далее будем рассматривать именно такую формулировку.

Пусть искомое число имеет разложение на простые множители:

Где p1=2, p2=3, … – простые числа без пропусков, начиная с 2.

Тогда n будет минимальным при данном количестве представлений, указанном в условии, если последовательность ai будет убывающей, возможно не монотонно (\*).

Заметим, что любое количество требуемых вариантов V достигается, но возможно, не для минимального n при .

Замечаем, что для n=480=25⋅3⋅5 достигается ровно 7 требуемых представлений:

2⋅16⋅3⋅5, 4⋅8⋅3⋅5, 2⋅4⋅12⋅5, 2⋅4⋅3⋅20, 2⋅4⋅6⋅10, 2⋅8⋅6⋅5, 2⋅8⋅3⋅10.

Существует 29 чисел, меньших 480, удовлетворяющих условию (\*). Далее приведенные строки имеют вид:

Номер варианта) n(a1 a2,…): V=количествово требуемых представлений, R=максимальное количество различных множителей.

1) 2(1): V=1 R=1

2) 4(2): V=1 R=1

3) 6(1 1): V=1 R=2

4) 8(3): V=1 R=2

5) 12(2 1): V=2 R=2

6) 16(4): V=1 R=2

7) 24(3 1): V=1 R=3

8) 30(1 1 1): V=1 R=3

9) 32(5): V=2 R=2

10) 36(2 2): V=1 R=3

11) 48(4 1): V=2 R=3

12) 60(2 1 1): V=3 R=3

13) 64(6): V=1 R=3

14) 72(3 2): V=3 R=3

15) 96(5 1): V=4 R=3

16) 120(3 1 1): V=1 R=4

17) 128(7): V=1 R=3

18) 144(4 2): V=1 R=4

19) 180(2 2 1): V=1 R=4

20) 192(6 1): V=1 R=4

21) 210(1 1 1 1): V=1 R=4

22) 216(3 3): V=1 R=4

23) 240(4 1 1): V=3 R=4

24) 256(8): V=2 R=3

25) 288(5 2): V=2 R=4

26) 360(3 2 1): V=5 R=4

27) 384(7 1): V=2 R=4

28) 420(2 1 1 1): V=4 R=4

29) 432(4 3): V=4 R=4

Во всех этих вариантах V≠7, значит 480 – минимальное такое число.

Приведем также все количества вариантов, которые достигаются первый раз при 2≤n≤107:

1) 2(1): V=1 R=1

2) 12(2 1): V=2 R=2

3) 60(2 1 1): V=3 R=3

4) 96(5 1): V=4 R=3

5) 360(3 2 1): V=5 R=4

6) 576(6 2): V=6 R=4

7) 480(5 1 1): V=7 R=4

8) 15120(4 3 1 1): V=8 R=6

9) 864(5 3): V=9 R=4

10) 2880(6 2 1): V=10 R=5

11) 3360(5 1 1 1): V=11 R=5

12) 6912(8 3): V=12 R=5

13) 25200(4 2 2 1): V=13 R=6

14) 7680(9 1 1): V=14 R=5

15) 20160(6 2 1 1): V=15 R=6

16) 36960(5 1 1 1 1): V=16 R=6

17) 4320(5 3 1): V=17 R=5

18) 181440(6 4 1 1): V=18 R=7

19) 46080(10 2 1): V=19 R=6

20) 5598720(9 7 1): V=20 R=8

21) 221760(6 2 1 1 1): V=21 R=7

22) 34560(8 3 1): V=22 R=6

23) 352800(5 2 2 2): V=23 R=7

24) 378000(4 3 3 1): V=24 R=7

25) 53760(9 1 1 1): V=25 R=6

26) 245760(14 1 1): V=26 R=6

27) 88200(3 2 2 2): V=27 R=6

28) 30240(5 3 1 1): V=28 R=6

29) 414720(10 4 1): V=29 R=7

30) 43200(6 3 2): V=30 R=6

31) 4976640(12 5 1): V=31 R=8

32) 322560(10 2 1 1): V=32 R=7

33) 345600(9 3 2): V=33 R=7

34) 3175200(5 4 2 2): V=34 R=8

35) 4665600(8 6 2): V=35 R=8

36) 241920(8 3 1 1): V=36 R=7

37) 2721600(6 5 2 1): V=38 R=8

38) 529200(4 3 2 2): V=39 R=7

39) 591360(9 1 1 1 1): V=41 R=7

40) 332640(5 3 1 1 1): V=42 R=7

41) 648000(6 4 3): V=44 R=7

42) 5529600(13 3 2): V=45 R=8

43) 4147200(11 4 2): V=46 R=8

44) 302400(6 3 2 1): V=48 R=7

45) 2903040(10 4 1 1): V=49 R=8

46) 3548160(10 2 1 1 1): V=50 R=8

47) 1720320(14 1 1 1): V=51 R=7

48) 2419200(9 3 2 1): V=52 R=8

49) 1323000(3 3 3 2): V=54 R=7

50) 5184000(9 4 3): V=55 R=8

51) 5336100(2 2 2 2 2): V=56 R=7

52) 933120(8 6 1): V=57 R=7

53) 5292000(5 3 3 2): V=58 R=8

54) 4324320(5 3 1 1 1 1): V=59 R=8

55) 7938000(4 4 3 2): V=62 R=8

56) 7687680(9 1 1 1 1 1): V=63 R=8

57) 3326400(6 3 2 1 1): V=70 R=8

58) 4536000(6 4 3 1): V=72 R=8

59) 6912000(11 3 3): V=76 R=8

60) 4233600(7 3 2 2): V=86 R=8

61) 6531840(8 6 1 1): V=106 R=8

Заметим, что чисел вида (\*) при 2≤n≤107 всего 491.

Правильный ответ я сначала получил без компьютера.

Оценка задачи: 5.