**k=18**

Докажем, что M(18) ≤ 7. Предположим, что существует последовательность из восьми или более чисел, которые имеют по 18 делителей. Среди них есть такие числа a и b, которые делятся на 2, но не на 4, а также a+4=b.

Число, которое имеет 18 делителей, может иметь вид p17, p8q, p5q2, pq2r2. Отсюда следует, что a/2 и b/2 – это квадраты. Разделив равенство, полученное выше, на 2, получим a/2 + 2 = b/2. Но такое, очевидно, невозможно. Противоречие.

**k=22**

Числа, имеющие 22 делителя, могут раскладываться на множители следующими способами: p21, pq10. Но многочлены x21 - 1 и x21+1 раскладываются на четыре множителя, откуда следует, что 21-ая степень не может быть членом последовательности, ведь такого разложения у чисел, имеющих 22 делителя, нет.

Предположим сначала, что существует последовательность M(22) длиной 4. Среди этих четырёх чисел обязательно должны быть 210p и 2q10. Сравнение 2p10 ≡ -2 (mod 210) не имеет решений, поэтому член 2q10 находится после 210p, и между ними есть число, делящееся на 3, ведь среди трёх чисел подряд одно обязано делиться на 3. Но сравнение 2p10 ≡ 1 (mod 3) также решений не имеет. Отсюда следует, что последовательности длиной 4 не существует.

Построим последовательность длиной 3. Пусть первый член делится на 310, второй – на 210 и третий – на 510. Компьютерным перебором находятся нужные числа.

104228508212890623 = 310 \* 1765118938727

104228508212890624 = 210 \* 101785652551651

104228508212890625 = 510 \* 10672999241

Ответ: M(22) = 3

**k=202**

Данная последовательность содержит не более трёх членов, доказательство аналогичное предыдущему случаю. Построить последовательность длиной 3 также возможно. Допустим, первый член делится на 3100, второй – на 2100 и третий – на 5100. Получаем последовательность

3100 \* 1173497562704594884674805199691775861661182955512746994332724806603821766344353689966984573018044178684623

2100 \* 477098550927885176229636944964539566638962189493888887661645954070399473247456660162788435974121229166743850145007981345999

5100 \* 76666781234685407531253190304540337064127934638464891486228998880641781696294225937

Ответ: M(202) = 3

**k=20**

Число, имеющее 20 делителей, может иметь каноническое разложение следующих видов: p19, pq9, p3q4, pqr4. В этих разложениях нет второй степени, поэтому число не может быть сравнимо с 4 (mod 8), отсюда M(20) ≤ 7.

К сожалению, я не смог построить нужную последовательность.

Последовательность из 6 подряд идущих натуральных чисел, имеющих по 20 делителей, начинается с 56237046942279770836734657571245.