# MM246

Ответ: 3 случая:

1. $\frac{π}{8}$, $\frac{3π}{8}$ , $\frac{π}{2}$ (22,5⁰, 67,5⁰, 90⁰)

45⁰

22,5⁰

22,5⁰

1. $\frac{π}{9}$, $\frac{2π}{9}$ , $\frac{2π}{3}$ (20⁰, 40⁰, 120⁰)

20⁰

80⁰

20⁰

40⁰

1. $\frac{π}{13}$, $\frac{3π}{13}$ , $\frac{9π}{13}$ (~13,85⁰, ~41,54⁰, ~124,62⁰)

3π/13

π/13

π/13

6π/13

Решение.

Треугольник можно разделить на 2 треугольника, только если линией раздела будет отрезок, соединяющий его вершину с какой-то точкой на противоположенной стороне:

1

2

3

6

5

2

A

B

C

D

Рис. 1

Найдем все различные, несимметричные между собой случаи, когда образовавшиеся 2 треугольника – равнобедренные. Если какой-то из образовавшихся треугольников – равносторонний, то разные случаи могут совпасть между собой, но это не повлияет на верность дальнейших рассуждений.

Так как равные углы равнобедренного треугольника – острые, то один из углов 2 или 5 на рис. 1 будет углом при равных сторонах. Пусть это будет угол 5. В левом треугольнике углом при равных сторонах может быть один из углов 1, 2, или 3. Все эти 3 случая возможны:

2α

α

α<π/4

Случай 1

3α

α

α<π/4

Случай 2

Случай 3

$$\frac{π}{2}$$

Рис. 2

Заметим, что если вершина, из которой происходит деление фиксирована, а также фиксированы от перестановки две другие вершины, то вариантов всего 5:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ∠A | ∠B | ∠C | ∠ADB |
| 1 |  | α | 2α | π-2α |
| 2 |  | 2α | α | 2α |
| 3 | 3α | α |  | π-2α |
| 4 | 3α |  | α | 2α |
| 5 | π/2 |  |  | π-2∠B |

Остается найти возможные комбинации 2 различных делений треугольника.

1. Сначала рассмотрим случай, когда оба деления происходят отрезками из одной вершины треугольника:

A

B

C

D

E

Рис. 3

Каждое из двух делений может иметь 5 вариантов. Пусть более левым отрезком будет деление с меньшим либо равным номером, чем у деления правым отрезком. Тогда возможно 5·6/2=15 вариантов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ∠A | ∠B | ∠C | ∠A, ∠B, ∠C  | ∠ADB | ∠AEB | Примечание |
| 1 |  | αβ | 2α2β | π-3α, α, 2α | π-2α | π-2α | Точки D и E совпадают |
| 2 |  | α2β | 2αβ | π/2, 0, 0 | π | 0 | ∠B=0 |
| 3 | 3β | αβ | 2α | π/2, π/6, π/3 | 2π/3 | 2π/3 | Точки D и E совпадают |
| 4 | 3β | α | 2αβ | 2π/3, π/9, 2π/9 | 7π/9 | 4π/9 | Ответ 2) |
| 5 | π/2 | α | 2α | π/2, π/6, π/3 | 2π/3 | 2π/3 | Точки D и E совпадают |
| 6 |  | 2α2β | αβ |  |  |  | Как в случае 1 |
| 7 | 3β | 2αβ | α |  |  |  | Как в случае 4 |
| 8 | 3β | 2α | αβ |  |  |  | Как в случае 3 |
| 9 | π/2 | 2α | α |  |  |  | Как в случае 5 |
| 10 | 3α3β | αβ |  | 3α, α, π-4α | π-2α | π-2α | Точки D и E совпадают |
| 11 | 3α3β | α | β | 3π/5, π/5, π/5 | 3π/5 | 2π/5 | ∠B=∠C |
| 12 | 3απ/2 | α |  | π/2, π/6, π/3 | 2π/3 | 2π/3 | Точки D и E совпадают |
| 13 | 3α3β |  | αβ |  |  |  | Как в случае 10 |
| 14 | 3απ/2 |  | α |  |  |  | Как в случае 12 |
| 15 | π/2π/2 |  |  | π/2, α, π/2-α | π-2α | π-2α | Точки D и E совпадают |

2. Остается случай, когда деления происходят отрезками из разных вершин треугольника:

A

B

C

D

E

Рис. 4

Каждое из двух делений может иметь 5 вариантов. Пусть отрезком BD будет деление с меньшим либо равным номером, чем у деления отрезком CE. Тогда возможно 5·6/2=15 вариантов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ∠A | ∠B | ∠C | ∠A, ∠B, ∠C  | Примечание |
| 1 | αβ | 2β | 2α | π/5, 2π/5, 2π/5 | ∠B=∠C |
| 2 | α2β | β | 2α | 2π/7, π/7, 4π/7 | α>π/4 |
| 3 | αβ |  | 2α3β | 0, π, 0 | ∠A=0 |
| 4 | α | β | 2α3β | 3π/11, 2π/11, 6π/11 | α≥π/4 |
| 5 | α |  | 2απ/2 | π/4, π/4, π/2 | α≥π/4 |
| 6 | 2α2β | β | α | π/2, π/4, π/4 | α≥π/4 |
| 7 | 2αβ |  | α3β | 0, π, 0 | ∠A=0 |
| 8 | 2α | β | α3β | 3π/5, π/10, 3π/10 | α≥π/4 |
| 9 | 2α |  | απ/2 |  - | Углы невозможны |
| 10 | αβ | 3α | 3β | π/7, 3π/7, 3π/7 | ∠B=∠C |
| 11 | α | 3αβ | 3β | π/13, 3π/13, 9π/13 | Ответ 3) |
| 12 | α | 3α | π/2 | π/8, 3π/8, π/2 | Ответ 1) |
| 13 |  | 3αβ | α3β | π, 0, 0 | ∠B=0 |
| 14 |  | 3α | απ/2 | - | Углы невозможны |
| 15 |  | π/2 | π/2 | 0, π/2, π/2 | ∠A=0 |